

OSK Matematika SMA 2023

Kemampuan Dasar

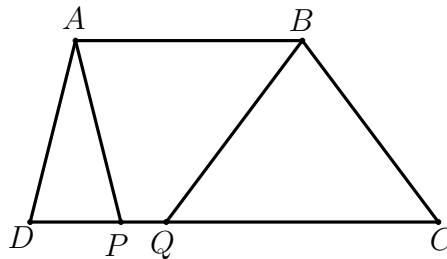
Terdiri dari 10 soal. Setiap soal yang dijawab benar bernilai $\boxed{2}$ poin dan tidak ada pengurangan untuk soal yang dijawab salah atau tidak dijawab (kosong).

1. Hasil penjumlahan semua solusi persamaan

$$|x - |2x + 6|| = 99$$

adalah ...

2. Di dalam suatu laci terdapat 7 pasang kaos kaki yang setiap pasangannya berbeda dengan pasangan lain. Diambil 6 kaos kaki sekaligus secara acak. Banyak cara pengambilan sehingga diantara yang terambil terdapat **tepat** sepasang kaos kaki yang berpasangan adalah ...
3. Diberikan trapesium $ABCD$ dengan $AB = 13$, $CD = 18$, AB sejajar CD , dan $\angle ADC, \angle BCD$ keduanya dibawah 90° . Jika P dan Q adalah titik pada sisi CD sehingga $AD = AP$ dan $BC = BQ$, tentukan nilai dari PQ .



4. Suatu bilangan empat digit $8ab9$ merupakan suatu bilangan kuadrat. Nilai dari $a + b$ adalah ...
5. Diberikan fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ yang memenuhi $f(4) = 16$ dan $f(7) = 49$. Jika $a \neq 1$, nilai dari $\frac{c-b}{a-1}$ adalah ...
6. Dua tim A dan B bertanding sepak bola sebanyak 13 kali. Tiap pertandingan, tim yang berhasil mencetak 5 gol pertama adalah pemenang dan tidak ada pertandingan yang berakhir seri. Selama 13 pertandingan, Tim A menang lebih banyak dari B , sedangkan gol tim B lebih banyak dari tim A . Selisih total gol terbesar antara kedua tim tersebut adalah ...
7. Diberikan segitiga lancip ABC dengan panjang $AB = 12$ dan $AC = 10$. D adalah suatu titik di BC . E dan F adalah titik berat segitiga ABD dan ACD berturut-turut. Jika luas dari segitiga $DEF = 4$, dan panjang $BC = \sqrt{n}$, tentukan nilai dari n .
8. Sisa pembagian dari $5^{2021} + 11^{2022}$ oleh 64 adalah ...
9. Diberikan suku banyak dengan koefisien bilangan bulat $P(x)$. Jika

$$P(r_1) = P(r_2) = 220$$

dengan r_1 dan r_2 merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat $x^2 + x - 25 = 0$. Maka, sisa pembagian $P(1)$ oleh 23 adalah ...

10. Banyak bilangan 4 digit yang habis dibagi 3 dan memuat angka 6 adalah ...

OSK Matematika SMA 2023 Kemampuan Lanjut

Terdiri dari 10 soal. Setiap soal yang dijawab benar bernilai $\boxed{+4}$ poin, dijawab salah bernilai $\boxed{-1}$ poin, dan tidak dijawab (kosong) bernilai $\boxed{0}$ poin.

1. Diberikan segiempat $ABCD$ siklis dengan lingkaran luarnya adalah ω . Panjang $BC = CD$, AC memotong BD di titik E , $BE = 7$, dan $DE = 4$. Garis singgung ω di titik A memotong BD di titik P . Jika $\frac{PD}{PB}$ dapat ditulis dalam bentuk $\frac{m}{n}$ dengan m dan n adalah bilangan asli yang saling relatif prima, tentukan nilai dari $m + n$.

2. Jika bilangan asli x dan y memenuhi

$$x(x - y) = 6y - 7$$

Nilai dari $x + y$ adalah ...

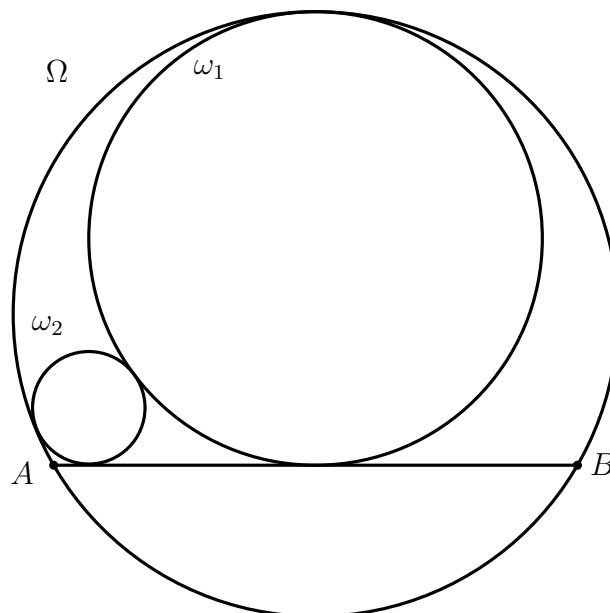
3. Misalkan a_1, a_2, a_3, \dots suatu barisan yang memenuhi persamaan

$$a_{n+2} - a_{n+1} + a_n = \frac{n+2}{6}$$

untuk setiap bilangan asli n . Jika $a_1 = 3$ dan $a_2 = 4$, tentukan nilai dari a_{2023} .

4. Diberikan himpunan $S = \{a, b, c, d, e, f\}$. Akan dipilih dua subhimpunan dari S yang gabungannya adalah S . Subhimpunan yang dipilih tidak harus berbeda. Urutan dari subhimpunan tidak diperhatikan. Banyak cara melakukan pemilihan adalah ...

5. Diberikan lingkaran Ω dan AB merupakan tali busur dari Ω . Lingkaran ω_1 menyinggung Ω secara internal dan menyinggung AB pada titik tengahnya. Lingkaran ω_2 menyinggung Ω secara internal, dan ω_1 secara eksternal serta menyinggung AB . Jika jari-jari dari ω_1 adalah 40 dan jari-jari dari ω_2 adalah 8, tentukan panjang dari AB .



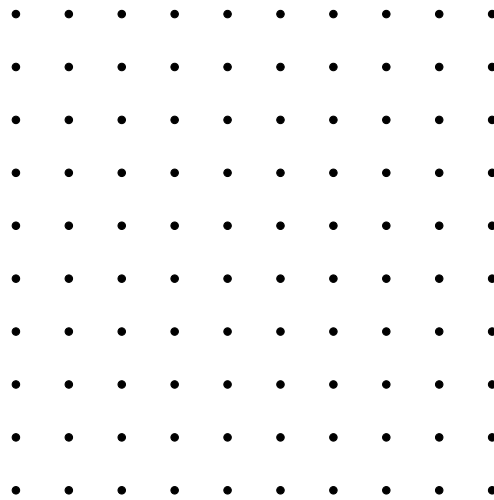
6. Misal, $N = 2^a \cdot 3^b$ dengan a, b bilangan asli. Jika hasil kali semua faktor positif dari n adalah 24^{60} , maka nilai ab adalah ...

7. Nilai minimum dari

$$\frac{(x + y)^2}{\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{y^2 - 16}}$$

adalah ...

8. Diberikan 100 titik seperti gambar berikut



Banyak persegi yang semua titik sudutnya adalah 4 titik di antara titik-titik pada gambar tersebut adalah ...

9. Diberikan segitiga ABC . Misal titik D, E, F terletak pada sisi BC, CA, AB sehingga AD, BE, CF berpotongan di satu titik. Diketahui bahwa $\angle EDF = 56^\circ$. Jila $\angle ADB = 90^\circ$ dan $AF = FB$, maka besar sudut ABC adalah ...

10. Misal p dan n adalah dua bilangan asli dengan p prima sehingga p membagi $n^2 + 4$ dan n membagi $p^2 + 4$. Jika $p < 200$, nilai terbesar yang mungkin dari n adalah ...