

## OSK Matematika SMA 2022 Kemampuan Dasar

Terdiri dari 10 soal. Setiap soal yang dijawab benar bernilai  $\boxed{2}$  poin dan tidak ada pengurangan untuk soal yang dijawab salah atau tidak dijawab (kosong).

1. Misalkan  $f(x) = a^2x + 300$ . Jika

$$f(20) + f^{-1}(22) = f^{-1}(20) + f(22)$$

maka  $f(1) = \dots$

2. Banyaknya bilangan bulat dari 1001 sampai 2022 yang habis dibagi 15 atau 9 adalah  $\dots$

3. Diberikan segitiga  $ABC$  siku-siku di  $B$ . Titik  $D$  berada pada sisi  $AB$  dan titik  $E$  berada pada sisi  $AC$ . Diketahui  $DE$  sejajar  $BC$ . Jika  $AD = 21$ ,  $DB = 3$ , dan  $BC = 32$ , maka panjang  $AE$  adalah  $\dots$

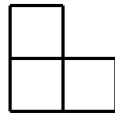
4. Banyaknya pasangan bilangan bulat  $(x, y)$  yang memenuhi persamaan

$$|x| + |y| + |x + y| = 34$$

adalah  $\dots$

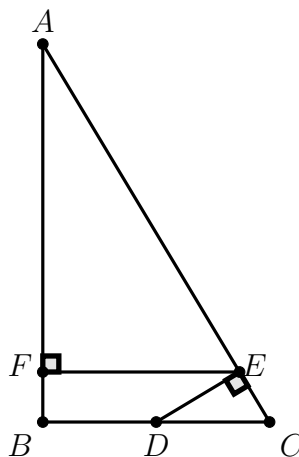
5. Jika sisa pembagian  $x^{2021} + x^{1011} + x^{506} + x^{258} + x^{127}$  oleh  $x^2 - 1$  adalah  $Ax + B$ , maka nilai  $4A + 5B$  adalah  $\dots$

6. Sebuah papan catur persegi panjang  $3 \times 22$  akan ditutupi 22 buah L-tromino seperti pada gambar di bawah ini, sehingga seluruh papan catur tertutup oleh seluruh L-tromino dan tidak ada tromino yang tumpang tindih.



Banyak cara untuk menyusun L-tromino adalah  $\dots$

7. Diberikan segitiga  $ABC$  seperti di gambar, dengan panjang  $AB = 2BC$  dan  $BD = CD$ . Jika luas segitiga  $DEC$  adalah 10, luas dari segitiga  $AFE$  adalah  $\dots$



8. Untuk setiap bilangan asli  $n$ , misalkan  $S(n)$  adalah jumlah dari semua digit-digit dari  $n$ . Diberikan barisan  $\{a_n\}$  di mana  $a_1 = 5$  dan  $a_n = (S(a_{n-1}))^2 - 1$  untuk  $n \geq 2$ . Sisa pembagian  $a_1 + a_2 + \dots + a_{2022}$  dengan 21 adalah ...

9. Diberikan dua bilangan real  $x, y$  di mana  $x > y > 0$ . Jika

$$x + 300 \leq \sqrt{x^2 - y^2 + 600(x + y)}$$

maka nilai dari  $y$  adalah ...

10. Misalkan bilangan asli  $x$  sehingga  $x^2 + 110x$  merupakan bilangan pangkat tiga dari suatu bilangan prima, maka nilai  $x$  adalah ...

## OSK Matematika SMA 2022

### Kemampuan Lanjut

Terdiri dari 10 soal. Setiap soal yang dijawab benar bernilai  $\boxed{+4}$  poin, dijawab salah bernilai  $\boxed{-1}$  poin, dan tidak dijawab (kosong) bernilai  $\boxed{0}$  poin.

1. Di suatu ruangan terdapat 12 kursi yang disusun menjadi 3 baris. Di baris pertama, terdapat 3 kursi. Di baris kedua, terdapat 4 kursi. Di baris ketiga, terdapat 5 kursi. Jika kursi akan diduduki oleh 12 siswa termasuk Aska dan Budi. Misal banyaknya cara untuk 12 siswa menempati tempat duduk jika Aska dan Budi ada di baris pertama adalah  $A$ . Nilai dari  $\frac{A}{8!}$  adalah ...
2. Diberikan segitiga siku-siku  $ABC$ . Jika luas dari segitiga  $ABC$  adalah 112. Misalkan  $R$  adalah panjang jari-jari lingkaran luar segitiga  $ABC$  dan  $r$  adalah panjang jari-jari lingkaran dalam segitiga  $ABC$ . Diketahui juga  $R + r = 16$ . Panjang sisi miring dari segitiga  $ABC$  adalah ...

3. Jika

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k + B}{3^{k+1}} = 10,$$

maka  $B = \dots$

4. Banyak tupel bilangan bulat  $(x_1, x_2, \dots, x_7)$  yang memenuhi  $w_1 + w_2 + \dots + w_7 = 155$  dengan  $21 \leq w_1, w_2, \dots, w_7 \leq 23$  adalah ...
5. Diberikan  $ABC$  siku-siku sama kaki dengan panjang  $BC = AB$  dan titik  $L$  titik tengah  $BC$ . Titik  $P$  pada sisi  $AC$  sehingga  $BP$  tegak lurus dengan  $AL$ . Jika panjang  $CP = 30\sqrt{2}$ , panjang  $AB$  adalah ...
6. Diberikan bilangan asli  $m$  dan  $n$ . Jika  $FPB(m, n) = 7$  dan  $FPB(2m, 3n) = 42$ , nilai dari  $FPB(21m, 14n)$  adalah ...
7. Diberikan bilangan real positif  $a, b, c, d$ . Jika  $a > c$  dan  $d > b$  sehingga

$$4a^2 + 4b^2 = 4c^2 + 4d^2 = 5ac + 5bd$$

nilai dari  $\frac{20(ab+cd)}{ad+bc}$  adalah ...

8. Misalkan  $A$  adalah himpunan semua bilangan 8 digit yang digit-digitnya terdiri dari digit 1, 2, atau 3 dan memuat paling sedikit satu digit 2. Banyaknya bilangan  $N$  di  $A$  sehingga setiap digit 2 di  $N$  di  $A$  sehingga setiap digit 2 di  $N$  diapit oleh digit 1 dan 3 adalah ...
9. Diberikan belah ketupat  $ABCD$  dan titik  $E$  ada di dalam  $ABCD$  sehingga panjang  $AE = BE$ . Jika  $\angle BAE = 12^\circ$  dan  $\angle DAE = 72^\circ$ , besar  $\angle CDE$  dalam satuan derajat adalah ...
10. Diberikan bilangan bulat  $x, y, z$  sehingga

$$x^2y + y^2z + z^2x - 23 = xy^2 + yz^2 + zx^2 - 25 = 3xyz.$$

Nilai maksimum dari  $x + y + z$  adalah ...